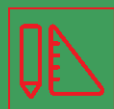




教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

AI智慧升级版

高中数学1 | 必修第一册 RJA

主 编 肖德好



本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。



天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录

第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的概念	001
1.2 集合间的基本关系	003
1.3 集合的基本运算	005
第1课时 集合的并集与交集的运算	005
第2课时 集合的全集、补集的运算	007
滚动习题(一) [范围: 1.1~1.3]	009
1.4 充分条件与必要条件	011
1.4.1 充分条件与必要条件	011
1.4.2 充要条件	013
1.5 全称量词与存在量词	015
1.5.1 全称量词与存在量词	015
1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定	017
滚动习题(二) [范围: 1.4~1.5]	019
专项突破练一 集合创新问题	021

第二章 一元二次函数、方程和不等式

2.1 等式性质与不等式性质	023
2.2 基本不等式	025
第1课时 基本不等式	025
第2课时 基本不等式的应用	027
2.3 二次函数与一元二次方程、不等式	029
第1课时 二次函数与一元二次方程、不等式	029
第2课时 一元二次不等式的应用	031
专项突破练二 常见不等式的解法	033
重点强化练一 利用基本不等式求最值、范围问题	035
重点强化练二 一元二次不等式恒成立与能成立问题	037

第三章 函数的概念与性质

3.1 函数的概念及其表示	039
3.1.1 函数的概念	039
第1课时 函数的概念(一)	039
第2课时 函数的概念(二)	041

进阶手册

易错易混 识别集合的含义 / 进 01	
方法解读 分类讨论之集合元素求参 / 进 01	
教材拓展 集合论 / 进 02	

易错易混 \emptyset 与 $0, \{0\}, \{\emptyset\}$ 的关系 / 进 02	
方法解读 1 分类讨论之集合关系求参 / 进 03	
方法解读 2 集合子集与真子集个数 / 进 03	
教材拓展 强基固本 / 进 03	

易错易混 集合运算中忽略对空集的讨论 / 进 04	
方法解读 数形结合和正难则反 / 进 04	
教材拓展 德·摩根定律和容斥原理 / 进 05	

易错易混 混淆充分条件与必要条件 / 进 06	
方法解读 充分条件、必要条件的判断方法 / 进 06	
教材拓展 强基固本 / 进 07	

易错易混 全称量词命题和存在量词命题的判断 / 进 08	
方法解读 恒成立(存在性)问题求参 / 进 08	
教材拓展 根据事实写命题 / 进 08	

易错易混 忽略不等式成立的条件 / 进 09	
方法解读 利用不等式性质求范围 / 进 10	
教材拓展 糖水不等式 / 进 10	

易错易混 忽略等号成立的一致性 / 进 11	
方法解读 利用基本不等式求最值的常用方法——配凑法、常数1的代换、消元法 / 进 12	
教材拓展 基本不等式链 / 进 13	

易错易混 含参一元二次不等式的解法 / 进 15	
方法解读 1 一元二次不等式恒成立问题 / 进 15	
方法解读 2 根与系数的关系及其应用 / 进 16	

进阶手册

- 易错易混 1** 函数关系的判断 / 进 17
- 易错易混 2** 函数自变量的理解 / 进 18
- 方法解读 1** 求函数解析式的常用方法 / 进 18
- 方法解读 2** 求复合函数的定义域 / 进 19
- 方法解读 3** 抽象函数求值 / 进 19
- 教材拓展** 常见的几种函数 / 进 19
-
- 易错易混** 研究函数性质忽视定义域 / 进 20
- 方法解读** 涉及两个函数单调性和奇偶性的判断 / 进 21
- 教材拓展** 函数图象的对称性 / 进 22
-
- 易错易混** 对幂函数的性质把握不准 / 进 23
- 方法解读** 幂值比较大小的方法 / 进 24
- 教材拓展** 对勾函数 / 进 24
-
- 易错易混** 解决实际问题的注意事项 / 进 26
- 方法解读** 待定系数法求函数应用题的解析式 / 进 27
- 教材拓展** 函数的凹凸性 / 进 28
-
- 易错易混** 根式的简单性质 / 进 30
- 方法解读** 整体思想解决条件求值问题 / 进 30
- 教材拓展** 由 $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 体会极限思想 / 进 31
-
- 易错易混 1** 不能正确理解指数函数的概念致错 / 进 33
- 易错易混 2** 指数函数问题忽略底数的两种情况致错 / 进 33
- 方法解读 1** 比较指数的大小 / 进 33
- 方法解读 2** 数形结合解决指数函数图象问题 / 进 33
- 方法解读 3** 复合函数的单调性与最值 / 进 34
- 教材拓展** 指数函数为背景的奇偶函数 / 进 35
-
- 易错易混** 忽视真数大于零致误 / 进 37
- 方法解读** 对数的换底公式 / 进 37
- 教材拓展** 指数式与对数式的互化 / 进 37

3.1.2 函数的表示法	043
第 1 课时 函数的表示法	043
第 2 课时 分段函数	045
3.2 函数的基本性质	047
3.2.1 单调性与最大(小)值	047
第 1 课时 函数的单调性	047
第 2 课时 函数的最大(小)值	049
专项突破练三 函数的值域与最值	051
3.2.2 奇偶性	053
第 1 课时 奇偶性的概念	053
第 2 课时 奇偶性的应用	055
专项突破练四 抽象函数的性质	057
滚动习题(三) [范围: 3.1~3.2]	058
3.3 幂函数	060
专项突破练五 基本不等式与对勾函数	062
3.4 函数的应用(一)	064
滚动习题(四) [范围: 3.1~3.4]	067
重点强化练三 分段函数与绝对值函数	069
重点强化练四 函数的单调性、奇偶性	071
重点强化练五 函数图象的平移、翻折问题	073
重点强化练六 函数的奇偶性、对称性	075

第四章 指数函数与对数函数

4.1 指数	077
4.1.1 n 次方根与分数指数幂	077
4.1.2 无理数指数幂及其运算性质	077
4.2 指数函数	079
4.2.1 指数函数的概念	079
4.2.2 指数函数的图象和性质	081
第 1 课时 指数函数的图象和性质	081
第 2 课时 指数函数的图象和性质的综合应用	083
滚动习题(五) [范围: 4.1~4.2]	085
4.3 对数	087
4.3.1 对数的概念	087
4.3.2 对数的运算	089
第 1 课时 对数的运算性质	089
第 2 课时 换底公式	091
4.4 对数函数	093
4.4.1 对数函数的概念	093

4.4.2 对数函数的图象和性质

第1课时 对数函数的图象和性质

第2课时 对数函数的图象和性质的综合应用

4.4.3 不同函数增长的差异

专项突破练六 常见的指数、对数函数模型

滚动习题(六) [范围: 4.1~4.4]

4.5 函数的应用(二)

4.5.1 函数的零点与方程的解

第1课时 函数的零点与方程的解

第2课时 函数零点的综合问题

4.5.2 用二分法求方程的近似解

4.5.3 函数模型的应用

滚动习题(七) [范围: 4.5]

重点强化练七 指数、对数的运算

重点强化练八 指数、对数函数的图象与性质

重点强化练九 函数的零点

第五章

三角函数

5.1 任意角和弧度制

5.1.1 任意角

5.1.2 弧度制

5.2 三角函数的概念

5.2.1 三角函数的概念

5.2.2 同角三角函数的基本关系

5.3 诱导公式

第1课时 诱导公式二、三、四

第2课时 诱导公式五、六

滚动习题(八) [范围: 5.1~5.3]

5.4 三角函数的图象与性质

5.4.1 正弦函数、余弦函数的图象

5.4.2 正弦函数、余弦函数的性质

第1课时 正弦函数、余弦函数的性质

第2课时 正弦函数、余弦函数的性质的综合问题

5.4.3 正切函数的性质与图象

5.5 三角恒等变换

5.5.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式

第1课时 两角差的余弦公式

第2课时 两角和与差的正弦、余弦、正切公式

第3课时 二倍角的正弦、余弦、正切公式

095

095

097

099

101

103

105

105

105

107

109

111

114

117

119

121

123

123

125

127

127

129

131

131

133

135

137

137

139

139

141

143

145

145

145

147

149

进阶手册

易错易混 忽略真数大于零致错 / 进 38

方法解读 1 分类讨论解决对数函数问题 / 进 38

方法解读 2 比较对数式的大小 / 进 39

方法解读 3 对数函数为背景的奇偶函数 / 进 40

教材拓展 教材习题——对数比较大小及推广 / 进 41

易错易混 误解函数零点的定义致误 / 进 43

方法解读 数形结合解决函数零点问题 / 进 43

易错易混 不理解象限角与初中学过的锐角、钝角的关系致误 / 进 44

方法解读 数形结合思想解决角的终边的对称问题与垂直问题 / 进 45

教材拓展 齿轮变速原理 / 进 45

易错易混 1 求三角函数值时忽视角的终边位置 / 进 47

易错易混 2 忽视角的取值范围致错, 应考虑角的取值范围 / 进 47

方法解读 齐次化在解决分式型齐次式与整式型齐次式中的应用 / 进 47

教材拓展 $\sin^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{3} = 1$ 的应用 / 进 48

易错易混 应用诱导公式时忽视函数名和符号改变致错 / 进 48

方法解读 1 整体思想在诱导公式中的应用 / 进 49

方法解读 2 利用诱导公式解决三角形中的化简求值问题要关注隐含条件 / 进 49

教材拓展 单位圆的应用——分类讨论思想解决诱导公式化简问题 / 进 49

易错易混 1 求单调区间时忽视 x 系数的符号致错 / 进 51

易错易混 2 忽略定义域导致错误 / 进 51

方法解读 1 三角函数的定义域和值域(最值) / 进 52

方法解读 2 利用函数单调性确定 ω 的取值范围的方法 / 进 52

教材拓展 函数的周期性 / 进 53

易错易混 1 求角时选择的三角函数类型不当致误 / 进 54

易错易混 2 忽略角的范围致误 / 进 55

方法解读 1 整体思想——角的变换在三角恒等变换中的应用 / 进 55

方法解读 2 常数代换在三角函数化简求值中的应用 / 进 55

教材拓展 万能公式的证明与应用 / 进 56

5.5.2 简单的三角恒等变换

第1课时 三角函数式的化简与求值

第2课时 三角函数公式的应用

滚动习题(九) [范围: 5.4~5.5]

5.6 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$

5.6.1 匀速圆周运动的数学模型

5.6.2 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象

第1课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象

第2课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的性质

5.7 三角函数的应用

专项突破练七 三角函数、三角恒等变换有关的创新题

滚动习题(十) [范围: 5.6~5.7]

重点强化练十 同角三角关系与诱导公式

重点强化练十一 三角恒等变换

重点强化练十二 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质

参考答案 / 179

151

151

153

155

157

157

157

157

160

163

166

169

172

174

176

进阶手册

易错易混 1 三角函数图象的左右平移 / 进 57

易错易混 2 三角函数图象的伸缩变换 / 进 58

方法解读 1 异名三角函数图象变换 / 进 58

方法解读 2 确定函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$ ($A > 0, \omega > 0$) 的解析式的步骤 / 进 59

方法解读 3 求函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的参数
的取值范围 / 进 59

教材拓展 筒车模型与单位圆 / 进 60

易错易混 概念区分: 周期与频率, 相位与
初相 / 进 61

方法解读 模型拟合也适用于解决三角函数
模型问题 / 进 61

教材拓展 三角函数模型在物理和实际生活
中的应用 / 进 62

进阶手册 (知识·易错·拓展)

同步教材、易错总结
方法解读、教材拓展

一本自我巩固、课堂延伸的**提升手册**



素养测评卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01	单元素养测评卷(五) [第五章]	卷 09
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03	模块素养测评卷(一) [全书内容]	卷 11
单元素养测评卷(三) [第三章]	卷 05	模块素养测评卷(二) [全书内容]	卷 13
单元素养测评卷(四) [第四章]	卷 07	参考答案	卷 15

1.1 集合的概念

考点一 集合的概念与元素的特征

- [2025·重庆渝北区高一期中] 下列选项中元素的全体可以组成集合的是 ()
 - 学校篮球水平较高的学生
 - 校园中长得高大的树木
 - 2025年所有的欧盟国家
 - 中国经济较发达的地区
- 若 a, b, c, d 为集合 A 中的 4 个元素, 则以 a, b, c, d 为边长构成的四边形可能是 ()
 - 菱形
 - 平行四边形
 - 梯形
 - 正方形
- [2025·铜陵一中高一月考] 若 $a^2, 2-a, 4$ 为集合 A 的 3 个元素, 则实数 a 应满足的条件是 _____.

考点二 元素与集合的关系

- 下列关系正确的是 ()
 - $0 \in \mathbf{N}^*$
 - $\frac{5}{2} \in \mathbf{Z}$
 - $-\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$
 - $-7.8 \in \mathbf{R}$
- [2025·浙江南太湖联盟高一月考] 已知集合 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$, 则 $C = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$ 中的元素个数为 ()
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
- (多选题) 已知 x, y, z 均为非零实数, 代数式 $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{xyz}{|xyz|}$ 的值组成集合 A , 则下列判断正确的是 ()
 - $-2 \in A$
 - $0 \notin A$
 - $-4 \in A$
 - $4 \in A$
- [2025·浙江嘉兴一中高一月考] 设集合 $A = \{1, t, t^2 - 4t + 5\}$, 若 $2 \in A$, 则实数 t 的值为 _____.

考点三 集合的表示

- [2025·黑龙江鸡西高一期中] 集合 $\{x \in \mathbf{N}^* \mid x - 3 < 2\}$ 的另一种表示法是 ()
 - $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
 - $\{1, 2, 3, 4\}$
 - $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 - $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 下列四组中表示同一集合的是 ()
 - $M = \{(-1, 3)\}, N = \{(3, -1)\}$
 - $M = \{-1, 3\}, N = \{3, -1\}$
 - $M = \{(x, y) \mid y = x^2 + 3x\}, N = \{x \mid y = x^2 + 3x\}$
 - $M = \{0\}, N = \emptyset$
- (多选题) 下列说法中错误的是 ()
 - 集合 $\{x \in \mathbf{N} \mid x^3 = x\}$ 用列举法表示为 $\{0, 1\}$
 - 实数集可以表示为 $\{x \mid x \text{ 为所有实数}\}$ 或 $\{\mathbf{R}\}$
 - 方程组 $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = -1 \end{cases}$ 的解组成的集合为 $\left\{x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}\right\}$
 - 集合 $\{y \mid y = x^2\}$ 与 $\{(x, y) \mid y = x^2\}$ 是同一个集合
- 集合 $A = \left\{\frac{6}{3-x} \in \mathbf{Z} \mid x \in \mathbf{N}^*\right\}$ 用列举法可以表示为 _____.
- [教材 P5T3 变式] 用描述法表示下列集合:
 - 比 1 大又比 10 小的实数组成的集合;
 - 不等式 $3x + 4 \geq 2x$ 的所有解;
 - 到两坐标轴距离相等的点的集合.

素养提能篇

13. [2025·三明永安九中高一期中] 对于 $a, b \in \mathbf{N}^*$, 规定 $a * b = \begin{cases} a+b, & a \text{ 与 } b \text{ 的奇偶性相同,} \\ a \times b, & a \text{ 与 } b \text{ 的奇偶性不同.} \end{cases}$ 集合 $M = \{(a, b) \mid a * b = 12, a, b \in \mathbf{N}^*\}$, 则 M 中元素的个数为 ()
- A. 6 B. 8
C. 15 D. 16
14. 已知集合 $M = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x \mid x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, $P = \{x \mid x = 4k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, 若 $m \in P, n \in Q$, 则 ()
- A. $m+n \in M$
B. $m+n \in Q$
C. $m+n \in P$
D. $m+n$ 不属于 M, Q, P 中的任意一个
15. (多选题) 若 $M = \{x \mid x = a\sqrt{2} + b, a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}\}$, 则下列结论中正确的为 ()
- A. $\frac{1}{3-2\sqrt{2}} \in M$
B. 若 $x_1, x_2 \in M$, 则 $x_1 + x_2 \in M$
C. 若 $x_1, x_2 \in M$ 且 $x_2 \neq 0$, 则 $\frac{x_1}{x_2} \in M$
D. 存在 $x \in M$ 且 $x \notin \mathbf{Z}$, 满足 $x^2 \in M$
16. 已知 $a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}$, 若集合 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\} = \{a^2, a+b, 0\}$, 求 $a^{2024} + b^{2025}$ 的值.

17. 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 - 3x - 4 = 0\}$.

- (1) 若 A 中有两个元素, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 A 中至多有一个元素, 求实数 a 的取值范围.

思维训练篇

18. (多选题) [2025·广东深圳外国语学校高一月考] 已知集合 $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 定义集合 $B = \{x \mid x = |x_i - x_j|, x_i, x_j \in A, i, j = 1, 2, 3, 4\}$, 若 $B = A$, 则下列说法正确的是 ()
- A. $0 \notin A$ B. $x_1 + x_4 = x_2 + x_3$
C. $2x_2 = x_1 + x_3$ D. $2x_3 = x_2 + x_4$
19. 给定数集 M , 若对于任意 $a, b \in M$, 有 $a+b \in M$, 且 $a-b \in M$, 则称集合 M 为闭集合, 则下列所有正确说法的序号是_____.
- ① 集合 $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 是闭集合;
② 正整数集不是闭集合;
③ 无理数集是闭集合;
④ 集合 $M = \{n \mid n = 3k, k \in \mathbf{Z}\}$ 是闭集合.

1.2 集合间的基本关系

考点一 集合间关系

1. [2025·长沙一中高一月考] 已知集合 $M = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, 则下列说法正确的是 ()
- A. $1 \subseteq M$ B. $\{-1\} \in M$
C. $\{1\} \subseteq M$ D. $\emptyset \notin M$
2. 已知集合 $A = \{x | x = 3k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 6k, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 A 与 B 之间的关系是 ()
- A. $A \subseteq B$ B. $A = B$
C. $A \subsetneq B$ D. $B \subsetneq A$
3. 若集合 $C = \{(x, y) | y = x\}$, 集合 $D = \{(x, y) | \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}\}$, 则集合 C, D 之间的关系为 _____.

考点二 集合相等与空集

4. (多选题) 给出下列四个集合, 其中为空集的是 ()
- A. $\{\emptyset\}$
B. $\{x \in \mathbf{R} | x^2 + x + 1 = 0\}$
C. $\{(x, y) | \begin{cases} y = -\frac{1}{x}, x, y \in \mathbf{R} \\ y = x, \end{cases}\}$
D. $\{x \in \mathbf{R} | |x| < 0\}$
5. [教材 P9T5 变式] 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, $A = \{1, 3, a^2\}$, $B = \{1, a + 2, b\}$, 若 $A = B$, 则 $a + b =$ _____.

考点三 子集、真子集

6. [2025·江西南昌高一期中] 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | -2 \leq x - 1 \leq 3\}$ 的真子集的个数是 ()
- A. 64 B. 63
C. 32 D. 31
7. (多选题) 已知集合 A 满足 $\{2, 5\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 4, 5, 7\}$, 则集合 A 可以是 ()
- A. $\{2, 5\}$ B. $\{1, 2, 5\}$
C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{1, 2, 4, 5, 7\}$
8. [2025·华师大一附中高一月考] 定义集合运算 $A \diamond B = \{c | c = a + b, a \in A, b \in B\}$. 设 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则集合 $A \diamond B$ 的真子集个数为 _____.

考点四 根据集合的关系求参数

9. 设集合 $A = \{1, a\}$, $B = \{a + 1, a^2, 3\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $a =$ ()
- A. 3 B. 1
C. 0 D. -1
10. (多选题) 设集合 $M = \{x | |x - 2| = 1\}$, $N = \{x | ax = 2\}$, 且 $N \subseteq M$, 则实数 a 的值可以是 ()
- A. 2 B. 1
C. $\frac{2}{3}$ D. 0
11. 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 5 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

12. 已知集合 $A = \{x \mid 2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}$, $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 16\}$.

- (1) 若 $\emptyset \subsetneq A$, 求实数 a 的取值范围;
 (2) 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

素养提能篇

13. [2025·石家庄一中高一月考] 已知集合 $M = \{x \mid x = m + \frac{1}{6}, m \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x \mid x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in \mathbf{Z}\}$, $P = \{x \mid x = \frac{p}{2} + \frac{1}{6}, p \in \mathbf{Z}\}$, 则 M, N, P 的关系为 ()
- A. $M = N \subseteq P$ B. $M \subseteq N = P$
 C. $M = P \subseteq N$ D. $N \subseteq P \subseteq M$
14. (多选题) 已知集合 $M = \{a \mid a = x^2 - y^2, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$, 则下列结论正确的是 ()
- A. 如果 $B = \{b \mid b = 2n + 1, n \in \mathbf{N}\}$, 那么 $B \subseteq M$
 B. 如果 $C = \{c \mid c = 2n, n \in \mathbf{N}\}$, 那么 $C \subseteq M$
 C. 如果 $a_1 \in M, a_2 \in M$, 那么 $a_1 a_2 \in M$
 D. 如果 $a_1 \in M, a_2 \in M$, 那么 $a_1 + a_2 \in M$
15. 已知集合 $A = \{x \mid mx^2 - 2x + 3 = 0, m \in \mathbf{R}\}$, 若 A 有且只有两个子集, 则 m 的值为_____.
16. [2025·辽宁辽阳高一期中] 我们将集合 S 的子集为元素的集合称为 S 的一个子集族. 例如集合 $A = \{1\}$ 有 3 个子集族: $\{\emptyset\}, \{\{1\}\}, \{\emptyset, \{1\}\}$. 若集合 B 中有 3 个元素, 则 B 的不同子集族个数是_____.

思维训练篇

17. [2025·厦门一中高一月考] 对于非空正数集 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$, 其所有元素的几何平均数记为 $G(A)$, 即 $G(A) = \sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n}$. 若非空正数集 B 满足下列两个条件: (1) $B \subseteq A$; (2) $G(B) = G(A)$. 则称 B 为 A 的一个“稳定子集”. 根据以上信息, 集合 $\{1, 2, 4, 8, 16\}$ 的“稳定子集”有 ()
- A. 5 个 B. 6 个
 C. 7 个 D. 8 个
18. [2025·武汉二中高一月考] 对于一个由整数组成的集合 A , A 中所有元素之和称为 A 的“小和数”, A 的所有非空子集的“小和数”之和称为 A 的“大和数”. 已知集合 $B = \{-7, -3, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 13\}$, 则 B 的“小和数”为_____, B 的“大和数”为_____.

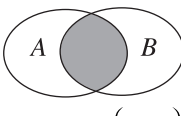
1.3 集合的基本运算

第1课时 集合的并集与交集的运算

考点一 并集及其运算

1. [2025·四川成都七中高一月考] 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 1, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{1, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
C. $\{-1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 1, 2, 3\}$
2. 已知集合 $A = \{x | -4 < x \leq 2\}$, $B = \{x | x < -3$ 或 $x > 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{x | x < 2$ 或 $x > 3\}$
B. $\{x | x \leq 2$ 或 $x > 3\}$
C. $\{x | -4 < x < -3\}$
D. $\{x | -3 < x \leq 2\}$
3. 已知集合 $M = \{-1, 1, 2\}$, 则满足 $M \cup N = \{-1, 1, 2, 3\}$ 的集合 N 的个数是_____.

考点二 交集及其运算

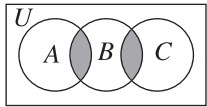
4. 已知集合 $M = \{2, 3, 5\}$, 集合 $N = \{1, 3, 5\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{2\}$ B. $\{3, 5\}$
C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 3\}$
5. 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x < 5\}$, $B = \{x | 3 < x \leq 7\}$, 则图中的阴影部分表示的集合是 ()

A. $\{x | 1 \leq x \leq 7\}$
B. $\{x | 3 < x < 5\}$
C. $\{x | 3 \leq x \leq 5\}$
D. $\{x | 1 < x \leq 7\}$
6. (多选题)[2025·浙江嘉兴高一期中] 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{x - y | x \in A, y \in A\}$, 则 ()
A. $A \cap B = \{1, 2, 3\}$
B. $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$
C. $0 \in B$
D. $-1 \in B$
7. 已知集合 $P = \left\{x \in \mathbf{N} \mid y = \frac{4}{x+1}, y \in \mathbf{N}\right\}$, $Q = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$, 若集合 $M = \{x | x \in P \text{ 且 } x \in Q\}$, 则 $M =$ _____.

考点三 并集、交集运算中的参数问题

8. 集合 $A = \{3, 2^a\}$, $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
9. [2025·河南漯河高一期中] 设集合 $A = \{x | -2 \leq x < 0\}$, $B = \{x | x > a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是_____.
10. 已知集合 $A = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$.
(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $A \cup B$;
(2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;
(3) 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围.

素养 提能篇

10. 已知 A, B 均为集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集, $A \cup B = \{1, 2, 3\}, A \cap B = \{1\}, \complement_U B = \{3, 4, 5\}$, 则 $A =$ ()
- A. $\{1\}$ B. $\{1, 3\}$
C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3\}$
11. (多选题)[2025·福建泉州南安一中高一月考] 图中阴影部分用集合符号可以表示为 ()



- A. $B \cap (A \cup C)$
B. $\complement_U B \cap (A \cup C)$
C. $B \cap \complement_U (A \cup C)$
D. $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
12. 已知集合 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}, A = \{2, a + 1\}, \complement_U A = \{a + 3\}$, 则实数 $a =$ _____.
13. [2025·湖北新高考联盟高一期中] 学校举办运动会时, 高一(1)班共有 36 名学生参加比赛, 有 26 人参加游泳比赛, 有 15 人参加田径比赛, 有 13 人参加球类比赛, 同时参加游泳比赛和田径比赛的有 6 人, 同时参加田径比赛和球类比赛的有 4 人, 没有人同时参加三项比赛, 则同时参加游泳和球类比赛的有 _____ 人.
14. 已知 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A = \{1, 2, 5\}, T = \{t_1, t_2\} \subseteq S$, 记 $A_1 = \{x | x = a + t_1, a \in A, t_1 \in T\}, A_2 = \{x | x = b + t_2, b \in A, t_2 \in T\}$, 若 $A_1 \cap A_2 = \emptyset$, 则集合 T 为 _____.

思维 训练篇

15. (多选题) 已知非空集合 A, B , 定义 $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}, A \otimes B = \{x | x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$, 则下列结论一定正确的是 ()
- A. $\complement_A (A - B) = B$
B. $A \otimes B = (A - B) \cup (B - A)$
C. 当 $A \otimes B = B - A$ 时, $A \subseteq B$
D. 当 $A - B = B - A$ 时, $A \otimes B = \emptyset$

16. [2025·浙江绍兴会稽联盟高一期中] 定义两种新运算“ \oplus ”与“ \otimes ”, 满足如下运算法则: 对任意的 $a, b \in \mathbf{R}$, 有 $a \oplus b = ab, a \otimes b = a^b + 1$. 设全集 $U = \{x | x = a \oplus b + a \otimes b, 0 < a \leq b < 3 \text{ 且 } a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $A = \{x | x = 4(a \oplus b) + \frac{a \otimes b}{b}, 0 < a < b < 3 \text{ 且 } a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}\}, B = \{x | x^2 - 3x + m = 0\}$, 集合 A, B 都是 U 的子集.
- (1) 求集合 U .
(2) 求集合 A .
(3) 集合 A, B 是否能满足 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$? 若能, 求出实数 m 的取值范围; 若不能, 请说明理由.

📌 滚动习题 (一) [范围: 1.1~1.3]

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、选择题: 本题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{x | -1 < x < 2\}$
- B. $\{x | -1 < x \leq 2\}$
- C. $\{x | 0 \leq x < 1\}$
- D. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

2. [2025 · 江西师大附中高一月考] 下列选项中正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} \in \mathbf{N}$
- B. $0 \in \mathbf{N}$
- C. $\{a\} \in \{a, b, c\}$
- D. $0 \in \emptyset$

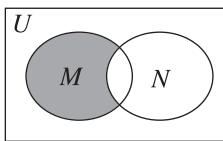
3. 已知一个三角形的三边长为一个集合的 3 个元素, 则该三角形一定不可能是 ()

- A. 锐角三角形
- B. 直角三角形
- C. 钝角三角形
- D. 等腰三角形

4. 关于方程组 $\begin{cases} y = kx + 1, \\ y = 2kx + 3 \end{cases}$ 的解集 T , 下列说法正确的是 ()

- A. T 一定为单元素集
- B. T 一定为空集
- C. T 为空集当且仅当 $k = 0$
- D. T 可能有无穷多个元素

5. [2025 · 合肥 168 中高一期中] 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $N = \{y | y = x^2 + 1\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $\{x | 0 < x < 1\}$
- B. $\{x | 0 \leq x < 1\}$
- C. $\{x | 0 < x \leq 1\}$
- D. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

6. [2025 · 福建福州高一期中] 满足 $\{x | x^2 - 2x - 3 = 0\} \subseteq A \subseteq \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 的集合 A 的个数为 ()

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

7. [2025 · 东北师大附中高一月考] 已知 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | 0 < [x] < 3\}$, $B = \{x | (x^2 + ax)(x^2 + 2x + b) = 0\}$, 且 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \emptyset$, 则集合 B 的子集的个数为 ()

- A. 4
- B. 8
- C. 16
- D. 32

二、选择题: 本题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

8. 已知集合 $A = \{a^2, 2 - a, 4\}$, 则实数 a 的取值可以是 ()

- A. -1
- B. 2
- C. 3
- D. 6

9. [2025 · 浙江 A9 协作体高一期中] 已知非空集合 $A \subseteq \mathbf{R}$, 若对任意 $x, y \in A$, 都有 $x + y \in A$, $xy \in A$ 成立, 则称集合 A 是封闭集. 下列说法中正确的是 ()

- A. 集合 $\{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$ 是封闭集
- B. 若集合 A 是封闭集, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A$ 也是封闭集
- C. 若集合 P, Q 为封闭集, 且 $P \cup Q \neq \mathbf{R}$, 则 $P \cup Q$ 也是封闭集
- D. 若集合 P, Q 为封闭集, 且 $P \cap Q \neq \emptyset$, 则 $P \cap Q$ 也是封闭集

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. [2025 · 杭二高一期中] 设集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$, 则 A 中元素的个数为 _____.

11. [2025 · 武汉二中高一月考] 若集合 $A = \{1, 9, a^2\}$, $B = \{9, 3a\}$, 则满足 $A \cap B = B$ 的实数 a 的个数为 _____.

12. [2025 · 贵州六盘水高一月考] 8 月 11 日, 第 33 届夏季奥林匹克运动会在巴黎法兰西体育场落下帷幕. 中国体育代表团在巴黎奥运会获得 40 金、27 银、24 铜共 91 枚奖牌, 取得了我国 1984 年全面参加夏季奥运会以来境外参赛历史最好成绩. 小明统计了班级 60 名同学对游泳、跳水、乒乓球这三类体育项目的喜欢情况, 其中有 20 名同学同时喜欢这三类体育项目, 18 名同学不喜欢乒乓球, 20 名同学不喜欢跳水, 16 名同学不喜欢游泳, 且每人至少喜欢一类体育项目, 则至少喜欢两类体育项目的同学人数为 _____.

四、解答题: 本题共 3 小题, 共 38 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (10 分)[2025·成都高一期中] 已知集合 $A = \{x \mid 1 < x < 3\}$, $B = \{x \mid a < x < 3a - 2\}$.

(1) 若 $a = 2$, 求 $A \cup B$, $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B$;

(2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

14. (13 分) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$, $C = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$.

(1) 若 $(A \cap B) \subseteq C$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $A \cap C \neq \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$, 求实数 a 的值.

15. (15 分)[2025·合肥六中高一期中] 对于非空的有限整数集 X , 定义 $X^2 = \{x^2 \mid x \in X\}$, $X \oplus n = \{x + n \mid x \in X, n \in \mathbb{Z}\}$.

(1) 若集合 $A = \{-3, -2, 0, 2\}$, 求 A^2 和 $A \oplus 2$.

(2) 已知 A, B 为非空的有限整数集, $A \oplus 1 \subseteq B$ 且 $B^2 \oplus (-1) \subseteq A$.

① 若 $A = \{-1, 0\}$, 求集合 B ;

② 证明: $A \subseteq \{-2, -1, 0\}$.

1.4 充分条件与必要条件

1.4.1 充分条件与必要条件

考点一 命题及其关系

1. 下列语句是命题的是 ()
- A. 3 是偶数吗?
B. 三角形的内角和等于 180°
C. 这里的景色真美啊!
D. $x > 2$
2. 给出下列命题:①等腰三角形的角平分线、中线、高线互相重合;②在角的内部,到角两边距离相等的点在这个角的平分线上;③直角三角形的两个锐角互余;④有一个角等于 60° 的三角形是等边三角形;⑤已知等腰三角形的两边长分别为 5 和 6,则这个等腰三角形的周长为 16. 其中真命题的个数为 ()
- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
3. 命题“如果 $x^2 - x - 2 \neq 0$,那么 $x \neq 2$ ”是 _____ 命题(填“真”或“假”).

考点二 充分条件与必要条件

4. [2024·南京六校高一期中] 已知命题 $p: -3 < x \leq 2$,若命题 p 是命题 q 的必要条件,则命题 q 可以为 ()
- A. $-3 \leq x \leq 1$ B. $x < 1$
C. $-3 < x < 1$ D. $x < -3$
5. (多选题)[教材 P20T1 变式] 下列“若 p ,则 q ”形式的命题中, p 是 q 的充分条件的是 ()
- A. 若一个三角形为直角三角形,则这个三角形的外接圆半径为斜边的一半
B. 若两个图形的对应点连成的线段都经过某一点,则这两个图形关于这点中心对称
C. 若圆内一条直径平分另一条直径,则这两条直径互相垂直
D. 若平面内有不在同一条直线上的三个点,则这三个点确定一个圆

6. (多选题)[教材 P20T2 变式] 下列“若 p ,则 q ”形式的命题中, p 是 q 的必要条件的是 ()
- A. 若 $x > 1$,则 $x > 2$
B. 若 $x = 1$,则 $x^2 = 1$
C. 若 $a < 2$,则方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有实根
D. 若 $ab = 0$,则 $a = 0$
7. 设集合 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $N = \{x | 0 < x \leq 2\}$,则“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的 _____ 条件.(填“充分”或“必要”)
8. 判断下列各题中 p 是 q 的充分条件吗? p 是 q 的必要条件吗?
- (1) $p: x > 1, q: x^2 > 1$;
(2) $p: (a-2)(a-3) = 0, q: a = 3$;
(3) 已知 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$, $p: \Delta = b^2 - 4ac > 0, q: y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象与 x 轴有交点.

考点三 充分条件与必要条件的应用

9. 若“ $2x + m < 0$ ”是“ $x < -1$ 或 $x > 3$ ”的充分条件,则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $m \geq 6$ B. $2 \leq m \leq 6$
C. $m \geq 2$ D. $m \leq 2$
10. (多选题)已知条件 $p: x^2 + x - 6 = 0$; 条件 $q: ax + 1 = 0 (a \neq 0)$. 若 p 是 q 的必要条件,则实数 a 的值可以是 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{3}$
11. 若 p, q 都是 r 的必要条件, s 是 r 的充分条件,则 s 是 q 的 _____ 条件, r 是 q 的 _____ 条件, p 是 s 的 _____ 条件.(填“充分”或“必要”)

12. 已知集合 $P = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$, 非空集合 $S = \{x | 1 - m \leq x \leq 1 + m\}$.

(1) 是否存在实数 m , 使 $x \in P$ 是 $x \in S$ 的充分条件? 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

(2) 是否存在实数 m , 使 $x \in P$ 是 $x \in S$ 的必要条件? 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

素养提能篇

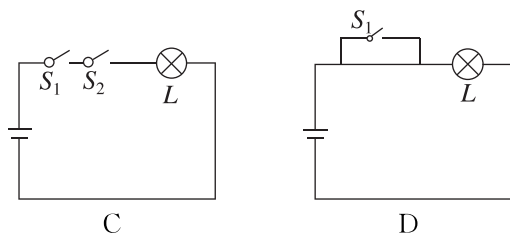
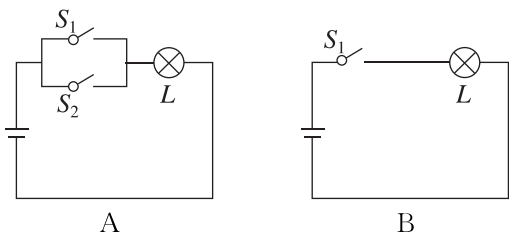
13. 对任意集合 A 和集合 B , 下列结论正确的是 ()

- ① $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$;
- ② $(A \cap B) \subsetneq A \subsetneq (A \cup B)$.
- A. ①为真命题, ②为真命题
- B. ①为真命题, ②为假命题
- C. ①为假命题, ②为真命题
- D. ①为假命题, ②为假命题

14. [2025 · 安徽皖江名校高一期中] 设 $m \in \mathbf{R}$, 则“ $m < -1$ ”是“关于 x 的方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个负实根”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

15. (多选题) 设计如图所示的四个电路图, 条件 A : 开关 S_1 闭合; 条件 B : 灯泡 L 亮, 则 A 是 B 的必要条件的图为 ()



16. 若 a, b 都是实数, 则“ a, b 都不为 0”的充分条件是 _____ . (填序号)

- ① $a + b = 0$; ② $a(a^2 + b^2) = 0$; ③ $ab > 0$.

思维训练篇

17. [2025 · 福建福州十校高一期中] 甲、乙、丙、丁四位同学在玩一个猜数字游戏, 甲、乙、丙共同写出三个集合 $A = \{x | 0 < \Delta x < 2\}$, $B = \{x | -3 \leq x \leq 5\}$, $C = \{x | 0 < x < \frac{2}{3}\}$, 然后他们三人各用一句话来正确描述“ Δ ”表示的数字, 并让丁同学猜出该数字. 以下是甲、乙、丙三位同学的描述:

甲: 此数为小于 5 的正整数;

乙: $x \in B$ 是 $x \in A$ 的必要不充分条件;

丙: $x \in C$ 是 $x \in A$ 的充分不必要条件.

则“ Δ ”表示的数字是 ()

- A. 1 或 2
- B. 2 或 3
- C. 3 或 4
- D. 1 或 3

18. 已知集合 $A = \{x | x = m^2 - n^2, m, n \in \mathbf{Z}\}$.

(1) 判断 8, 9, 10 是否属于集合 A ;

(2) 已知集合 $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 证明: “ $x \in A$ ”的充分条件是“ $x \in B$ ”, 但“ $x \in B$ ”不是“ $x \in A$ ”的必要条件;

(3) 写出所有属于集合 A 的偶数.

1.4.2 充要条件

考点一 充要条件的判断

- [2025·成都高一期中] 若集合 $A = \{x | x > 2\}$, 集合 $B = \{x | x \geq 3\}$, 则“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- [2025·浙江绍兴会稽联盟高一期中] “ $a = b$ ”是“ $ac = bc$ ”的 ()
 - 充要条件
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 既不充分也不必要条件
- 王安石在《游褒禅山记》中说过一段话:“而世之奇伟、瑰怪, 非常之观, 常在于险远, 而人之所罕至焉, 故非有志者不能至也”. 从数学逻辑角度分析, “有志”是“能至”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 既不充分也不必要条件
 - 充要条件
 - 必要不充分条件

考点二 充要条件的证明

- 若集合 $A = \{x | x > -2\}$, $B = \{x | x \leq m, m \in \mathbf{R}\}$, 试写出:
 - “ $A \cup B = \mathbf{R}$ ”的充要条件;
 - “ $A \cup B = \mathbf{R}$ ”的一个必要不充分条件.

- [教材 P23T5 变式] 已知 a, b 是实数, 判断: $a^2 - b^2 = 1$ 是 $a^4 - b^4 - 2b^2 = 1$ 的什么条件(请用“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”回答), 并证明你的结论.

考点三 充分条件、必要条件、充要条件的应用

- 集合 $A = \{-1, 1, 3, 5\}$, 集合 $B = \{a, 1, 3, 5\}$, 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充要条件, 则 $a =$ ()
 - 0
 - 1
 - 3
 - 5
- (多选题)[2025·衡水中学高一月考] 若“ $x < m$ 或 $x > m + 2$ ”是“ $-1 < x < 4$ ”的必要不充分条件, 则实数 m 的值可以是 ()
 - 5
 - 3
 - 3
 - 5
- [2025·广东八校联盟高一期中] 方程 $ax^2 + 5x + 4 = 0 (a \neq 0)$ 有两个异号实根的充要条件是 _____.

9. 已知集合 $P = \{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$, 非空集合 $S = \{x \mid 1 - m \leq x \leq 1 + m\}$.

是否存在实数 m , 使得“ $x \in P$ ”是“ $x \in S$ ”的 _____ 条件. 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

请从如下三个条件中选择一个条件补充到上面的横线上:

①充分不必要; ②必要不充分; ③充要.

素养提能篇

10. 已知集合 M, N , 则“ $M \subseteq N$ ”是“ $M \cap N = M$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

11. 已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个不等实根, 则“ $x_1 > -1$ 且 $x_2 > 1$ ”是“ $x_1 + x_2 > 0$ 且 $x_1 x_2 > -1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

12. (多选题) 有限集合 S 中元素的个数记作 $\text{card}(S)$, 设 A, B 都为有限集合, 则下列说法中错误的是 ()

- A. “ $A \cap B = \emptyset$ ”的充要条件是“ $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$ ”
- B. “ $A \subseteq B$ ”的充要条件是“ $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$ ”
- C. “ $A \subseteq B$ ”的必要不充分条件是“ $\text{card}(A) = \text{card}(B) - 1$ ”
- D. “ $A = B$ ”的充要条件是“ $\text{card}(A) = \text{card}(B)$ ”

13. “等式 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$ 成立”是“等式 $(x - 1)(y + 2) = 0$ 成立”的 _____ 条件.

14. 一次函数 $y = (k - 1)x + 2k + 1$ 的图象经过第一、二、四象限的充要条件是 _____.

15. [2025 · 天津七中高一月考] 已知“ $a < m$ ”是“关于 x 的方程 $ax^2 + 2(a - 1)x + a - 1 = 0$ 至少有一个负根”的充要条件, 求 m 的值.

思维训练篇

16. (多选题) [2025 · 山东临沂一中高一月考] 非空数集 $A \subseteq \mathbf{R}$, 同时满足如下两个性质:

(1) 若 $a, b \in A$, 则 $ab \in A$;

(2) 若 $a \in A$, 则 $\frac{1}{a} \in A$.

则称 A 为一个“封闭集”. 给出以下说法:

①若 A 为一个“封闭集”, 则 $1 \in A$;

②若 A 为一个“封闭集”且 $a, b \in A$, 则 $\frac{a}{b} \in A$;

③若 A, B 都是“封闭集”, 则 $A \cap B$ 是“封闭集”的充要条件是 $A \subseteq B$ 或 $B \subseteq A$;

④若 A, B 都是“封闭集”, 则 $A \cup B$ 是“封闭集”的充要条件是 $A \subseteq B$ 或 $B \subseteq A$.

其中正确的说法是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

📌 滚动习题 (二) [范围: 1.4~1.5]

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、选择题: 本题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 命题“ $\forall x > 1, x^2 - 1 > 0$ ”的否定是 ()
 - A. $\exists x > 1, x^2 - 1 > 0$
 - B. $\exists x > 1, x^2 - 1 \leq 0$
 - C. $\forall x > 1, x^2 - 1 < 0$
 - D. $\forall x > 1, x^2 - 1 \leq 0$
2. [2025·广东深圳高一阶段练] 下列四个命题中为真命题的是 ()
 - A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 3 < 0$
 - B. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 > 1$
 - C. $\exists x \in \mathbf{Z}, x^3 < 1$
 - D. $\exists x \in \mathbf{Q}, x^2 = 3$
3. [2025·郴州高一阶段练] 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a \in \mathbf{Z}$ ”是“ $a \in \mathbf{Q}$ ”的 ()
 - A. 必要不充分条件
 - B. 充分不必要条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
4. [2025·湖北新高考联盟高一期中] 下列含有量词的命题中为真命题的是 ()
 - A. 任意实数的平方都大于 0
 - B. $\exists m \in \mathbf{N}, \sqrt{m^2 + 1} \in \mathbf{N}$
 - C. 存在整数 x, y , 使得 $2x + 4y = 3$
 - D. $\forall a \in \mathbf{R}$, 关于 x 的方程 $x^2 - ax + 1 = 0$ 有实根
5. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则下列说法中错误的是 ()
 - A. “ $x > 1$ ”是“ $x^2 > 1$ ”的充分不必要条件
 - B. “ $x > 1, y > 1$ ”是“ $x + y > 2, xy > 1$ ”的充要条件
 - C. “ $xy = 0$ ”是“ $x^2 + y^2 = 0$ ”的必要不充分条件
 - D. “ $x^2 \neq 4$ ”是“ $x \neq 2$ ”的充分不必要条件
6. 一元二次函数 $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ 的图象的顶点在原点的一个必要不充分条件是 ()
 - A. $b = 0, c = 0$
 - B. $a + b + c = 0$
 - C. $c = 0, b \neq 0$
 - D. $bc = 0$

7. [2025·江西新余四中高一月考] 定义 $A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$, 设 A, B, C 是某集合的三个子集, 且满足 $(A - B) \cup (B - A) \subseteq C$, 则下列说法正确的是 ()
 - A. “ $A \subseteq (C - B) \cup (B - C)$ ”是“ $A \cap B \cap C = \emptyset$ ”的充要条件
 - B. “ $A \subseteq (C - B) \cup (B - C)$ ”是“ $A \cap B \cap C = \emptyset$ ”的充分不必要条件
 - C. “ $A \subseteq (C - B) \cup (B - C)$ ”是“ $A \cap B \cap C = \emptyset$ ”的必要不充分条件
 - D. “ $A \subseteq (C - B) \cup (B - C)$ ”是“ $A \cap B \cap C = \emptyset$ ”的既不充分也不必要条件

二、选择题: 本题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

8. [2025·哈尔滨高一期中] 下列四个命题中为真命题的是 ()
 - A. $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + |x - 1| > 0$
 - B. $\forall x \in \mathbf{N}, (x - 1)^2 > 0$
 - C. $\exists x \in \mathbf{R}, x + \frac{1}{x} - 1 < 0$
 - D. $\exists x \in \mathbf{N}, x^2 - x + \frac{1}{8} < 0$
9. [2025·辽阳高一期中] 在四边形 $ABCD$ 中, “四边形 $ABCD$ 是梯形”的一个充分不必要条件可以是 ()
 - A. AB 平行于 CD , 且 AB 等于 CD
 - B. AB 平行于 CD , 且 AB 不等于 CD
 - C. AB 平行于 CD , 且 AD 不平行于 BC
 - D. AB 平行于 CD 或 AD 平行于 BC

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. 命题“存在实数 x, y, z , 使 $x \neq y$ 或 $y \neq z$ ”的否定为 _____.
11. “两个三角形面积相等”是“两个三角形全等”的 _____ 条件(选填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分也不必要”).
12. “ $\forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 3\}, x^2 - a \leq 0$ ”是真命题的一个充分不必要条件是 _____.

四、解答题: 本题共 3 小题, 共 38 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (10 分) 写出下列命题的否定, 并判断其真假.

- (1) $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + 1 - x \neq 0$;
- (2) $\exists a \in \mathbf{R}$, 一次函数 $y = x + a$ 的图象经过原点;
- (3) 每一个素数都是奇数;
- (4) 某些平行四边形是菱形;
- (5) 可以被 5 整除的数, 末位上是 0.

14. (13 分) [2025 · 北京理工大学附中高一期中]

设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, 非空集合 $B = \{x \mid 2 - a \leq x \leq 1 + 2a\}$, $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 若 $a = 3$, 求 $(\complement_U A) \cap B$;
- (2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件, 求 a 的取值范围.

15. (15 分) 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2 - 2ax + a^2 + a - 2 = 0$ 有实根, q : 关于 x 的方程 $x - 2a + 5 = 0$ 的解在 $\{x \mid -3 \leq x \leq 9\}$ 内.

- (1) 若 $\neg q$ 是真命题, 求 a 的取值范围;
- (2) 若 p 和 q 中恰有一个是真命题, 求 a 的取值范围.

专项突破练一 集合创新问题

类型一 集合性质有关的创新题

【类型综述】

(1)新定义运算类:创设全新集合运算规则,依定义结合已知集合元素算出新集合,关键在吃透新规则、精准运算.

(2)元素性质拓展类:给出特殊形式集合,像含特定根式、代数式组合的元素,判断元素归属或证明数类所属,需据元素定义灵活变形推导.

(3)逻辑推理类:给出集合间的条件,推理元素所属或集合新关系,靠紧扣集合性质、善用假设反证等逻辑方法.

【针对训练】

1. [2025·长郡中学高一月考] 若 $x \in A$ 且 $\frac{1}{x} \in A$, 则称 A 是伙伴关系集合, 集合 $M = \left\{-1, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\}$ 的所有非空子集中, 具有伙伴关系的集合个数为 ()
- A. 15 B. 16 C. 64 D. 128
2. 设集合 $A = \{(x, y, z) | x, y, z \in \{-1, 0, 1\}\}$, 则集合 A 满足条件“ $|x| + |y| + |z| = 2$ ”的元素个数为 ()
- A. 4 B. 6 C. 9 D. 12
3. 设非空数集 M 同时满足条件: ① M 中不含元素 $-1, 0, 1$; ② 若 $a \in M$, 则 $\frac{1+a}{1-a} \in M$. 则下列结论正确的是 ()
- A. 集合 M 中至多有 2 个元素
B. 集合 M 中至多有 3 个元素
C. 集合 M 中至少有 4 个元素
D. 集合 M 中至少有 5 个元素
4. 用 $C(A)$ 表示非空集合 A 中元素的个数, 定义 $A * B = \begin{cases} C(A) - C(B), & C(A) \geq C(B), \\ C(B) - C(A), & C(A) < C(B). \end{cases}$ 已知 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x | (x^2 + ax)(x^2 + ax + 2) = 0\}$, 且 $A * B = 1$, 设实数 a 的所有可能取值构成集合 S , 则 $C(S) =$ ()
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
5. (多选题) 在整数集 \mathbf{Z} 中, 被 5 除所得余数为 k 的所有整数组成一个“类”, 记为 $[k]$, 即 $[k] = \{5n + k | n \in \mathbf{Z}\}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$, 则下列选项正确的为 ()
- A. $2025 \in [0]$
B. $-13 \in [3]$
C. 若整数 a, b 属于同一“类”, 则 $a - b \in [0]$
D. 若 $a - b \in [0]$, 则整数 a, b 属于同一“类”
6. [2025·重庆名校联盟高一联考] 设 A 是非空数集, 若对任意 $x, y \in A$, 都有 $x + y \in A, xy \in A$, 则称集合 A 为一个“完美集”, 给出以下说法:
- ① 若 A 是一个“完美集”, 且 $A \neq \mathbf{R}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A$ 也为“完美集”;
② 若 A_1, A_2 都是“完美集”, 且 $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$, 则 $A_1 \cap A_2$ 也是“完美集”;
③ 若 A 是“完美集”, 则 A 可以是有限集;
④ 若 A_1, A_2 都是“完美集”, 则 $A_1 \cup A_2$ 也是“完美集”.
- 其中说法正确的序号是_____.
7. [2025·宣城二中高一月考] 已知数集 A 含有 n ($n \in \mathbf{N}^*$) 个元素, 定义集合 $A^* = \{x + y | x, y \in A\}$.
- (1) 若 $A = \{1, 2, 3\}$, 写出 A^* .
(2) 写出一个集合 A , 使得 $A = A^*$.
(3) 当 $n = 4$ 时, 是否存在集合 A , 使得 $A^* = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 10\}$? 若存在, 写出一个符合条件的集合 A ; 若不存在, 请说明理由.

类型二 集合运算有关的创新题

【类型综述】

(1) 新定义运算型: 自行设定独特的集合运算符号与规则, 依据此规则对给定集合元素操作, 算出新集合, 重点是理解并准确执行新运算;

(2) 混合运算拓展型: 在常规集合交、并、补基础上, 添加限制条件或改变运算顺序, 要求灵活运用多种运算性质求解, 考验对基础运算的熟练度与变通能力.

【针对训练】

8. 定义集合 A, B 的一种运算: $A \otimes B = \{x \mid x = b^2 - a, a \in A, b \in B\}$, 若 $A = \{1, 4\}, B = \{-1, 2\}$, 则 $A \otimes B$ 中的元素个数为 ()
- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
9. 设 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_7$ 是均含有 2 个元素的集合, 且 $A_1 \cap A_7 = \emptyset, A_i \cap A_{i+1} = \emptyset (i = 1, 2, 3, \dots, 6)$. 记 $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_7$, 则 B 中元素个数的最小值是 ()
- A. 4 B. 5
C. 6 D. 7
10. [2025 · 福建莆田二中高一期中] 非空集合 $A \subseteq \mathbf{R}$, 且满足如下性质:
- 性质一: 若 $a, b \in A$, 则 $a + b \in A$;
性质二: 若 $a \in A$, 则 $-a \in A$.
- 则称集合 A 为一个“群”.
- 以下说法正确的个数为 ()
- ①若 A 为一个“群”, 则 A 必为无限集;
②若 A 为一个“群”, 且 $a, b \in A$, 则 $a - b \in A$;
③若 A, B 都是“群”, 则 $A \cap B$ 必定是“群”.
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
11. (多选题) 设集合 X 是实数集 \mathbf{R} 的子集, 如果实数 x_0 满足: 对任意 $a > 0$, 都存在 $x \in X$, 使得 $0 < |x - x_0| < a$, 则称 x_0 为集合 X 的聚点. 则下列集合中以 0 为聚点的有 ()
- A. $\{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$
B. $\{x \mid x \in \mathbf{Z}, x \neq 0\}$
C. $\left\{x \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbf{N}^*\right\}$
D. $\left\{x \mid x = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbf{N}^*\right\}$

12. 设 U 为全集, 对集合 X, Y 定义运算“ $*$ ”: $X * Y = \complement_U(X \cap Y)$. 对于集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, X = \{1, 2, 3\}, Y = \{3, 4, 5\}, Z = \{2, 4, 7\}$, 则 $(X * Y) * Z =$ _____.

13. [2025 · 北京大兴区高一期中] 若含有 4 个元素的数集 $A = \{a, b, c, d\}$ 能满足 $ab - cd = 1$, 则称数集 A 具有性质 J . 给定集合 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, C = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 1 \leq x \leq 4n, n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*\}$.

- (1) 写出一个具有性质 J 的集合, 并说明理由;
(2) 若 $A = \{a, b, c, d\}, A \subseteq B$, 证明: 集合 A 和 $\complement_B A$ 不可能都具有性质 J ;
(3) 若集合 $A_i (i = 1, 2, \dots, n, n \in \mathbf{N}^*)$ 有 4 个元素, $A_i \subseteq C$, 且 $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = C, A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \emptyset$, 证明: A_1, A_2, \dots, A_n 这 n 个集合不可能同时都具有性质 J .